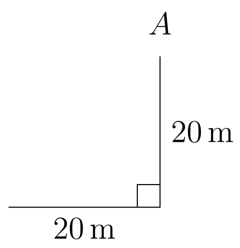
SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING
Svenska matematikersamfundet

Finaltävling i Lund den 19 november 2016

1. I en trädgård finns ett L-format staket, se figur. Till sitt förfogande har man dessutom två färdiga raka staketsektioner som är 13 m respektive 14 m långa. Från punkten A vill man avgränsa en del av trädgården med area minst $200\,\mathrm{m}^2$. Går det att göra?



2. Avgör om olikheten

$$|\sqrt{x^2+2x+5}-\sqrt{x^2-4x+8}|<3$$

gäller för alla reella tal x.

3. Fyrhörningen $ABCD$ är ett parallelltrapets, där $AB \| CD$. Trapetset är inskrivet i en cirkel med radie R och medelpunkt på sidan AB. Punkten E ligger på den omskrivna cirkeln och är sådan att $\angle DAE = 90°$. Givet att $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{3}{4}$, beräkna längden av parallelltrapetsets sidor.

4. För vilka primtal p är talet $p+1$ lika med produkten av alla de primtal som är mindre än p?

5. Peter bestämmer sig för att göra en ny multiplikationstabell för de fyra talen $1, 2, 3, 4$ på ett sådant sätt att produkten av två av dem också är ett av dem. Han vill också att $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ ska gälla och att $ab \neq ac$ och $ba \neq ca$ om $b \neq c$. Peter lyckas med det. I hans nya tabell gäller att $1 \cdot 3 = 2$ och $2 \cdot 2 = 4$. Vad är produkten $3 \cdot 1$ enligt Peters tabell?

6. Varje ruta i ett 13×13 rutnät är målad i svart eller vit färg. I ett drag får man välja en delkvadrat med storlek antingen 2×2 eller 9×9, och i denna delkvadrat färga alla vita rutor svarta, samt färga alla svarta rutor vita.
Är det alltid möjligt att efter ett antal sådana drag få alla rutor svarta?

Skrivtid: 5 timmar
Formelsamling och miniräknare är *inte* tillåtna!