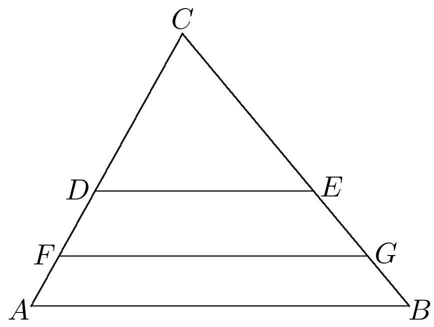
SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING
Svenska Matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 3 oktober 2006

1. Linjerna DE och FG är båda parallella med linjen AB. De tre områdena CDE, $DFGE$ och $FABG$ har lika stora areor.



Bestäm förhållandet $\frac{CD}{FA}$.

2. Bestäm $x^2 + y^2 + z^2$ om x, y, z är heltal som uppfyller

$$\begin{cases} x + y + z = 60 \\ (x - 4y)^2 + (y - 2z)^2 = 2\,. \end{cases}$$

3. Heltalet x uppfyller ekvationen $x^2 = a + x$. Här är a ett heltal större än 2006. Bestäm det minsta möjliga värdet på a samt lös ekvationen för detta värde.

4. De tre räta linjerna l, m, n är parallella. Avståndet mellan l och m är 4, avståndet mellan m och n är 3 och m ligger mellan l och n. En kvadrat, som ligger i området mellan l och n, har tre av sina hörn på var sin linje. Finn kvadratens sidlängd.

5. Visa att ekvationssystemet

$$\begin{cases} y &= \sqrt{x + \sqrt{1 - x}} \\ x &= \sqrt{y - \sqrt{1 + y}} \end{cases}$$

saknar reella lösningar.

6. På ett bräde med m rader och n kolumner målar man varje ruta svart eller vit. Detta görs så att de m raderna innehåller olika antal (alla positiva) svarta rutor, medan antalet svarta rutor i var och en av de n kolumnerna är konstant. För vilka m och n är detta möjligt?

Skrivtid: 5 timmar

Miniräknare är *inte* tillåtna!

Om några dagar kommer lösningarna att finnas utlagda på nätet under adress www.math.uu.se/~dag/skolornas.html