

SKOLORNAS MATEMATIKTÄVLING
Svenska matematikersamfundet

Kvalificeringstävling den 2 oktober 2018

1. Lina har mynt av fyra olika slag: guld, silver, brons och koppar. Alla mynt av samma slag väger lika mycket, och alla vikter är hela gram. Lina utför två vägningar.

I den första vägningen tar hon 6 mynt av guld, 13 av silver, 3 av brons och 7 av koppar och noterar att vikten är 162 g. I den andra vägningen tar Lina 15 guldmünt, 5 silvermynt och 11 bronsmynt och får vikten 110 g.

Vad väger varje mynt av de fyra myntslagen?

2. Hitta alla primtal p och q , som uppfyller att $p^q + q^p$ är ett primtal.

3. På svarta tavlan står talen $1, 2, \dots, n$, för ett visst positivt heltal n . Kim suddar ut två på varandra följande tal, lägger ihop de tal som står kvar och får summan till 2018. Visa att det bara finns ett enda värde på n för vilket detta är möjligt, och bestäm det värdet.

4. Låt AB vara en korda i en cirkel med medelpunkt O . Linjen l går genom O och skär kordan AB i punkten P . Låt C vara spegelbilden till punkten B i linjen l . Visa att punkterna A, C, O och P ligger på en cirkel.

5. Man tillverkar en sorts godishalsband som består av godisbitar i tre olika färger. Godisbitarna är ordnade så att det aldrig är två bitar med samma färg bredvid varandra. Avgör om man alltid genom äta en godisbit i taget kan äta upp alla utan att det någonsin är två bitar med samma färg bredvid varandra.

6. Ett visst carambolebord (biljardbord utan hål) är kvadratisk med sida s (längdenheter). En boll, som är ensam på bordet, stöts och får studsa högst n gånger i bordets kanter, där n är ett icke-negativt heltal. Visa att bollen inte kan färdas längre än $s\sqrt{n^2 + 2n + 2}$ (längdenheter) efter en stöt. (En studs i ett hörn räknas, som vanligt i carambole, som två studsar i bordskanter. Att spela med skruv är inte tillåtet.)

Skrivtid: 5 timmar

Formelsamling och miniräknare är *inte* tillåtna!

Lösningarna kommer att finnas utlagda på www.matttavling.se efter den 5 november.